Inégalité de Bell
Une expérience

L'appareil ouvert se compose d'un tube où se trouve trois cylindres tenus bout à bout grâce à l'attraction de petits aimants. L'expérience consiste à extraire du tube les cylindres en tirant en même temps de chaque côté et de deux manières différentes. De la manière douce, en se servant des capuchons retournés (manière notée 1). De la manière forte, c'est-à-dire en tirant à la main (manière notée 2). On a ainsi quatre expériences possibles. Dans chaque cas le résultat obtenu est noté $+$, si on a réussi à extraire du côté considéré trois cylindres sinon il est noté $-$. Pour chaque expérience on a ainsi a priori quatre résultats possibles, (+,+), (+,−), (−,+), (−,−) . La valeur moyenne de la variable aléatoire produit sera notée $W(a,b)$

$$W(a,b) = \text{Prob}(+,+) - \text{Prob}(+,-) - \text{Prob}(-,+) + \text{Prob}(-,-)$$

où Prob( ) est la probabilité correspondante. C'est la mérite de John Bell d'avoir défini la corrélation

$$X = |W(1,1) + W(1,2)| + |W(2,1) - W(2,2)|$$

et d'avoir ensuite démontré sous l'hypothèse d'indépendance en probabilité que cette corrélation est toujours plus petite ou égale à 2, inégalité qui depuis porte son nom.

Dans le cas proposé ici, il est facile de se convaincre qu'on trouve toujours

$$W(1,1) = -1 \quad W(1,2) = -1 \quad W(2,1) = -1 \quad W(2,2) = +1$$

et qu'ainsi $X = 4$, le maximum possible.

Il est facile de voir que c'est la brisure de la chaîne (dans le cas $(2,2)$) qui contredit l'hypothèse d'indépendance. Pour s'en convaincre il suffit de répéter l'expérience avec une chaîne initialement brisée (ce qu'on obtient en retournant un des morceaux) car on trouve alors

$$W(1,1) = +1 \quad W(1,2) = +1 \quad W(2,1) = +1 \quad W(2,2) = +1$$

et X est égale à 2, en accord avec l'inégalité de Bell.